

Prova 3 – Matemática

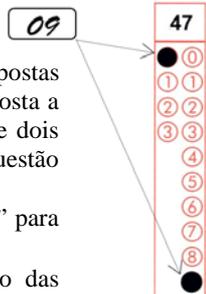
Nº DE ORDEM:

Nº DE INSCRIÇÃO:

NOME DO CANDIDATO:

INSTRUÇÕES PARA A REALIZAÇÃO DA PROVA

- Confira os campos Nº DE ORDEM, Nº DE INSCRIÇÃO e NOME DO CANDIDATO, que constam na etiqueta fixada em sua carteira.
- É proibido folhear o Caderno de Questões antes do sinal, às 9h.**
- Após o sinal, confira se este caderno contém 40 questões objetivas e/ou algum defeito de impressão/encadernação e verifique se as matérias correspondem àquelas relacionadas na etiqueta fixada em sua carteira. Qualquer problema avise imediatamente o fiscal.
- Durante a realização da prova é proibido o uso de dicionário, de calculadora eletrônica, bem como o uso de boné, de óculos com lentes escuras, de gorro, de turbante ou similares, de relógio, de celulares, de bips, de aparelhos de surdez, de MP3 *player* ou de aparelhos similares. É proibida ainda a consulta a qualquer material adicional.
- A comunicação ou o trânsito de qualquer material entre os candidatos é proibido. A comunicação, se necessária, somente poderá ser estabelecida por intermédio dos fiscais.
- O tempo mínimo de permanência na sala é de duas horas e meia, após o início da prova. Ou seja, você só poderá deixar a sala de provas após as 11h30min.
- No tempo destinado a esta prova (4 horas), está incluído o de preenchimento da Folha de Respostas.
- Preenchimento da Folha de Respostas: no caso de questão com apenas uma alternativa correta, lance na Folha de Respostas o número correspondente a essa alternativa correta. No caso de questão com mais de uma alternativa correta, a resposta a ser lançada corresponde à soma dessas alternativas corretas. Em qualquer caso o candidato deve preencher sempre dois alvéolos: um na coluna das dezenas e um na coluna das unidades, conforme o exemplo (do segundo caso) ao lado: questão 47, resposta 09, que corresponde à soma das alternativas corretas 01 e 08.
- ATENÇÃO:** não rabisque nem faça anotações sobre o código de barras da Folha de Respostas. Mantenha-o “limpo” para leitura óptica eficiente e segura.
- Se desejar ter acesso ao seu desempenho, transcreva as respostas deste caderno no “Rascunho para Anotação das Respostas” (nesta folha, abaixo) e destaque-o na linha pontilhada, para recebê-lo hoje, ao término da prova, no horário das 13h15min às 13h30min, mediante apresentação do documento de identificação. Após esse período o “Rascunho para Anotação das Respostas” não será devolvido.
- Ao término da prova, levante o braço e aguarde atendimento. Entregue ao fiscal este caderno, a Folha de Respostas e o Rascunho para Anotação das Respostas.
- A desobediência a qualquer uma das determinações dos fiscais poderá implicar a anulação da sua prova.
- São de responsabilidade única do candidato a leitura e a conferência de todas as informações contidas neste Caderno de Questões e na Folha de Respostas.



Corte na linha pontilhada.

RASCUNHO PARA ANOTAÇÃO DAS RESPOSTAS – PROVA 3 – INVERNO 2018

Nº DE ORDEM:

NOME:

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20



UEM – Comissão Central do Vestibular Unificado

MATEMÁTICA – Formulário

Geometrias Plana, Espacial e Analítica	<p>Área do triângulo:</p> $A = \frac{bh}{2}$ <p>Área do retângulo:</p> $A = bh$ <p>Área do círculo $A = \pi r^2$</p> <p>Volume da pirâmide: $V = \frac{1}{3} A \cdot h$</p> $\cos(a + b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$ $\sin(a + b) = \sin(a)\cos(b) + \cos(a)\sin(b)$
Funções	<p>Função quadrática</p> $x_v = \frac{-b}{2a}$ $y_v = \frac{-\Delta}{4a}$
Progressões	<p>Progressão Aritmética (PA):</p> $a_n = a_1 + (n-1)r$ $S_n = (a_1 + a_n) \frac{n}{2}$ <p>Progressão Geométrica (PG):</p> $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ $S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$

Questão 01

Assinale o que for **correto**.

01) $\frac{5}{2} < \frac{10}{4} < \frac{15}{8}$.

02) $\sqrt{\frac{1}{2}} < \sqrt{\sqrt{\frac{1}{2}}} < \sqrt{\sqrt{\sqrt{\frac{1}{2}}}}$.

04) $\frac{3}{5} + \frac{2}{7} = \frac{2}{5} + \frac{3}{7}$.

08) $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{7} = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{7}$.

16) Se a e b são números reais tais que $a < b$, então $a+1 < b+1$.

Questão 02

Assinale o que for **correto**.

01) A soma de um número complexo com seu conjugado e a multiplicação de um número complexo por seu conjugado resultam sempre em números reais.

02) A única solução real da equação $x^3 - 15x - 4 = 0$ é $x = 4$.

04) O número complexo $1+5i$ não possui inverso multiplicativo.

08) O menor número real positivo a , para o qual existem reais u e v satisfazendo $uv = 5$ e $u+v = a$, é $a = 2\sqrt{5}$.

16) Se b é um número complexo diferente de zero, a equação $x^3 = b$ possui três soluções complexas distintas.

Questão 03

Assinale o que for **correto**.

01) Se A e B são matrizes quaisquer para as quais é possível efetuar o produto AB , então também é possível efetuar o produto $A^t B^t$.

02) A única matriz quadrada X de ordem 3

satisfazendo $X \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ é a matriz identidade.

04) Se uma matriz quadrada possui duas colunas iguais, então ela não possui inversa.

08) A soma de quaisquer duas matrizes, de mesma ordem, que possuem inversa é uma matriz que possui inversa.

16) Existe uma matriz A quadrada, com entradas reais, de ordem 2, tal que $A^2 = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

Questão 04

Rascunho

Seja ABC um triângulo retângulo em B , cuja hipotenusa mede 1cm. Seja D um ponto do segmento BC diferente de B e de C , e seja E o ponto no prolongamento do segmento AD , de modo que o ângulo $A\hat{E}C$ seja reto. Considerando $\alpha = B\hat{A}D$ e $\beta = D\hat{A}C$, assinale o que for **correto**.

- 01) Os triângulos ABD e CED são semelhantes.
 02) O comprimento do segmento AE , em centímetros, é igual a $\cos \beta$.
 04) O comprimento do segmento AB , em centímetros, é igual a $\cos \alpha$.
 08) O comprimento do segmento CD , em centímetros, é igual a $\frac{\sin \beta}{\cos \alpha}$.
 16) A área do triângulo ABC é maior do que $0,25\text{cm}^2$.

Questão 05

Com relação à função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = 3x + 1$, assinale o que for **correto**.

- 01) $f(-1) = -2$.
 02) Não existe $a \in \mathbb{R}$ para o qual $f(a) = a$.
 04) Para quaisquer a, b, c e d reais satisfazendo $b - a = d - c$, temos que $f(b) - f(a) = f(d) - f(c)$.
 08) $f^{-1} = f$.
 16) Dado $a \in \mathbb{R}$, existe $b \in \mathbb{R}$ tal que $f(b) = a$.

Questão 06

Assinale o que for **correto**.

- 01) Para qualquer $a \in \mathbb{R}$, a equação $x - \frac{1}{x} = a$ possui solução real.
 02) Quaisquer que sejam a e x reais, sendo a positivo, temos que $\left(\frac{a^x + a^{-x}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a^x - a^{-x}}{2}\right)^2 = 1$.
 04) A equação $7^x = 19$ não possui solução real.
 08) Para todo $a \in \mathbb{R}$, a equação $2^x + 2^{-x} = a$ possui solução real.
 16) Quaisquer que sejam a e b reais, $2^a \cdot 3^b = 2^b \cdot 3^a$.

Questão 07

Considerando no plano cartesiano a reta r , que contém os pontos $P(1, -2)$ e $Q(5, 6)$, e sendo R o ponto de coordenadas $(4, -1)$, assinale o que for **correto**.

- 01) A distância de R a P é igual a $3\sqrt{2}$ u.c.
- 02) O ponto Q está mais próximo de R do que de P .
- 04) Existe uma reta s , no plano cartesiano, contendo P , de modo que todo ponto pertencente a s está mais próximo de P do que de R .
- 08) A equação $y = 2x - 4$ é uma equação para a reta r .
- 16) O ponto $(3, -3)$ pertence à parábola de foco R e diretriz r .

Questão 08

O pai de João lhe dá R\$100,00 todo mês, com possibilidade de aumentar esse valor. No momento de pagar, diz a João para que vire 3 cartas de um monte com 8 cartas de baralho, sendo uma carta com o número 2, uma com o 3, uma com o 4, uma com o 5, uma com o 6, uma com o 7, uma com o 8 e uma com o 9. Se a soma dos números das cartas retiradas por João for igual ou maior do que 22, ele recebe mais R\$50,00. Se for inferior, ele retira mais uma carta e, se a soma dos números das quatro cartas tiradas for igual ou maior do que 22, ele ganha mais R\$15,00.

- 01) A probabilidade de que ele ganhe os R\$50,00 a mais em um mês é inferior a 5%.
- 02) Se as três primeiras cartas viradas forem 3, 7 e 5, a probabilidade de ele ganhar mais R\$15,00 é igual a 50%.
- 04) A probabilidade de ele ficar somente com os R\$100,00 em um mês é inferior a 50%.
- 08) Se, ao longo de um ano todo, ele receber R\$1.340,00 de seu pai, é possível dizer em quantos meses desse ano ele recebeu R\$115,00.
- 16) Se as primeiras três cartas retiradas forem 2, 7 e 3, ele não receberá dinheiro a mais, independentemente de que número retirar na quarta carta.

Questão 09

Seja $ABCD$ um trapézio isósceles (isto é, em que os lados opostos não paralelos entre si possuem o mesmo comprimento) cuja base maior mede 8cm e cuja base menor mede 2cm e com altura (relativa às bases) igual a 4cm. Assinale o que for **correto**.

- 01) A área desse trapézio é igual a 25cm^2 .
- 02) Os demais lados do trapézio, cujos comprimentos não foram fornecidos, medem 5cm cada.
- 04) Existe uma circunferência que contém os quatro vértices desse trapézio.
- 08) A circunferência que tangencia a base maior e a base menor do trapézio em seus pontos médios tangencia os demais lados do trapézio.
- 16) Existem três vértices do trapézio que são vértices de um triângulo retângulo.

Questão 10

Rascunho

Considerando C o conjunto formado por todas as matrizes quadradas de ordem 3 que possuem três entradas iguais a 1 e seis entradas iguais a 0, assinale o que for **correto**.

- 01) Ao todo, o conjunto C possui 84 elementos.
- 02) Ao todo, há 12 matrizes em C que possuem inversa.
- 04) Ao todo, há 18 matrizes em C nas quais a soma das entradas da diagonal principal é igual a 2.
- 08) Ao todo, há 19 matrizes em C , que são iguais à transposta de si mesma.
- 16) Todas as matrizes de C possuem determinante igual a 0 ou igual a 1.

Questão 11

Seja $ABCD$ um quadrado de lados medindo 2cm e sejam AC e BD suas diagonais. No mesmo plano do quadrado, considere um ponto E tal que ACE seja um triângulo equilátero e D seja um ponto interior a esse triângulo. Assinale o que for **correto**.

- 01) O ângulo $B\hat{A}C$ é ângulo externo ao triângulo ACE .
- 02) A área do quadrilátero $ADCE$ é igual a $2(\sqrt{3}-1)$.
- 04) A soma dos ângulos internos do quadrilátero $ABCE$ é maior que 330° .
- 08) O seno do ângulo $D\hat{A}E$ é igual a $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}$.
- 16) O perímetro do quadrilátero $ADCE$ é igual a 8cm.

Questão 12

Considere a PA $(a_n) = (15, 9, 3, \dots)$ e a PG (b_n) com $b_1 = \frac{-16}{9}$ e razão -3 . Assinale o que for **correto**.

- 01) Todos os termos da PA são números naturais.
- 02) O primeiro e o sexto termos da PA têm o mesmo módulo.
- 04) A decomposição de b_{10} em fatores primos é $2^4 3^7$.
- 08) b_8 é divisível pela soma dos 8 primeiros termos da PA.
- 16) A soma dos 2018 primeiros termos da PG é um número negativo.

Questão 13

Considere as funções $f(x) = x^2 + 6x + 9$, $g(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 9}}{x - 5}$ e $h(x) = |x| - 3$. Assinale o que for **correto**.

- 01) $\text{Dom}(g) = \{x \in \mathbb{R} : x \neq 5\}$.
 02) $g(h(-7)) > 0$.
 04) $\text{Im}(h) \subseteq \text{Im}(f)$.
 08) $g(x) < 0$, para todo $x \leq -3$.
 16) O gráfico de $f(x)$ intercepta a reta de equação $y = x + 3$ nos pontos $(0, 3)$ e $(2, 1)$.

Questão 14

Um triângulo isósceles ABC tem lados AB e AC medindo 3m e o lado BC medindo 2m . Sobre o lado AB , considere os pontos D e E tais que AE , ED e DB medem 1m cada. As retas que passam por D e E e que são paralelas à reta determinada pelos pontos B e C interceptam o lado AC nos D' e E' , respectivamente. Assinale o que for **correto**.

- 01) O segmento DD' mede o dobro do segmento EE' .
 02) A área do trapézio $EDD'E'$ é igual a $\frac{2\sqrt{2}}{3} \text{m}^2$.
 04) O ângulo $\hat{A}BC$ é maior que $\frac{\pi}{4}$.
 08) O perímetro do triângulo AEE' é igual a 3m .
 16) As áreas dos triângulos ABC , ADD' e AEE' são três termos consecutivos de uma PA de razão $\frac{1}{9}$.

Questão 15

No plano cartesiano, considere uma circunferência C_1 que passa pela origem e é concêntrica à circunferência C_2 de equação $x^2 + y^2 - 6x + 8y + 16 = 0$. Assinale o que for **correto**.

- 01) O ponto $(3, -2)$ pertence à circunferência C_2 .
 02) A equação de C_1 é $x^2 + y^2 = 0$.
 04) O diâmetro da circunferência C_2 mede 6 u.c.
 08) A reta $y = x$ é tangente à circunferência C_2 .
 16) A circunferência C_2 é interna à circunferência C_1 .

Questão 16

Rascunho

Assinale o que for **correto**.

01) Se $\alpha, \beta \in \left] \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right]$, então $\cos \alpha \cdot \sin \beta < 0$.

02) $\sin\left(\frac{49\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

04) Se $\cos x = \frac{1}{5}$, com $0 < x < \frac{\pi}{2}$, então $\operatorname{tg} x = 2\sqrt{6}$.

08) A equação $\cos 3x = 1$ não tem solução no intervalo $0 < x < \frac{\pi}{2}$.

16) A inequação $\sin 2x > 1$ tem solução no intervalo $0 < x < 2\pi$.

Questão 17Considere os polinômios $p(x) = x^4 + 4x^3 + x^2 - 8x - 6$ e $q(x) = x^3 - x^2 + 3x + 1$. Assinale o que for **correto**.

01) -1 e -3 são raízes de $p(x)$.

02) O produto das raízes de $p(x)$ é igual a 6 .

04) $q(x)$ não tem raízes racionais.

08) O grau do quociente da divisão de $p(x)$ por $q(x)$ é igual a 2 .

16) No produto $p(x) \cdot q(x)$, o termo de grau 4 tem coeficiente 4 .

Questão 18Seja ABC um triângulo e sejam α, β e γ as medidas dos seus ângulos internos relativos aos vértices A, B e C , respectivamente. Suponha $\alpha = 120^\circ$ e $\cos \beta = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Assinale o que for **correto**.

01) $\cos \alpha > 0$.

02) O lado BC é o maior lado do triângulo ABC .

04) Se AC mede $\sqrt{2}\text{cm}$, então BC mede $\sqrt{3}\text{cm}$.

08) Se AB mede 3cm e BC mede $2\sqrt{2}\text{cm}$, então AC mede 5cm .

16) $\sin \gamma < \frac{\sqrt{2}}{4}$.

Questão 19

Rascunho

Em uma cidade, o IPTU (Imposto Predial e Territorial Urbano) é cobrado da seguinte forma: R\$1,25 por m^2 da área total do terreno mais R\$1,50 por m^2 de construção. Nessa mesma cidade, a prefeitura exige por lei que cada terreno tenha pelo menos 10% de área permeável, ou seja, sem construção. Com o intuito de incentivar os municípios a terem edificações mais sustentáveis, a prefeitura concede um desconto de 7% no IPTU para quem instalar um sistema de captação de água de chuva e 5% de desconto para quem instalar um sistema de aquecimento de água. Suponha que Jorge tenha um terreno retangular de $300m^2$ de área e 12m de largura e assinale o que for **correto**.

- 01) O perímetro do terreno de Jorge é de 74m.
- 02) Jorge pode construir em até $270m^2$ de seu terreno.
- 04) Suponha que Jorge construiu uma casa de $100m^2$ e instalou um sistema de captação de água de chuva e um sistema de aquecimento de água. Nesse caso o IPTU do seu imóvel será menos de R\$400,00.
- 08) Em um certo ano, quando não havia construção em seu terreno, Jorge pagou o IPTU à vista e por isso ganhou um desconto de 20%. Naquele ano pagou menos de R\$280,00 de IPTU.
- 16) A prefeitura permite o pagamento do IPTU em três parcelas iguais com acréscimo de 20% sobre o valor original. Se não há construção no terreno de Jorge e se ele optar por essa forma de pagamento, cada parcela será maior que R\$130,00.

Questão 20

Em uma sorveteria, o sorvete é vendido em dois tipos de embalagem, ambas com tampa sem abas. A embalagem A tem a forma de um tronco de cone circular reto com altura de 21cm, cuja base tem um raio de 4cm e a tampa tem um raio de 8cm. A embalagem B tem a forma de um cilindro circular reto de altura 15cm, e o raio da tampa mede 6cm. Nas duas embalagens, a tampa e o fundo são de plástico, e o restante é feito de isopor. Despreze a espessura das embalagens. Assinale o que for **correto**.

- 01) Em uma embalagem do tipo A, cabem mais de 2L de sorvete.
- 02) Se o sorvete tem custo de produção de R\$5,00 por litro, então o custo do sorvete para encher totalmente uma embalagem do tipo B é maior que R\$12,00.
- 04) Gasta-se mais plástico para produzir uma embalagem do tipo B do que se gasta para produzir uma embalagem do tipo A.
- 08) A área lateral de cada embalagem do tipo B é maior que $1500cm^2$.
- 16) Ao cortarmos uma embalagem do tipo A ao meio paralelamente à base, obteremos uma circunferência de raio 6cm.