

## Prova 3 – Matemática

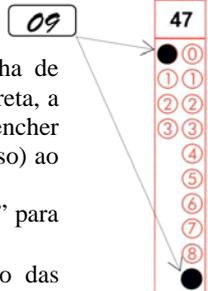
Nº DE ORDEM:

Nº DE INSCRIÇÃO:

NOME DO CANDIDATO:

### INSTRUÇÕES PARA A REALIZAÇÃO DA PROVA

- Confira os campos Nº DE ORDEM, Nº DE INSCRIÇÃO e NOME DO CANDIDATO, que constam na etiqueta fixada em sua carteira.
- Confira se o número do gabarito deste caderno corresponde ao número constante na etiqueta fixada em sua carteira. Se houver divergência, avise imediatamente o fiscal.
- É proibido folhear o Caderno de Questões antes do sinal, às 9 horas.**
- Após o sinal, confira se este caderno contém 40 questões objetivas e/ou algum defeito de impressão/encadernação. Qualquer problema avise imediatamente o fiscal.
- Durante a realização da prova é proibido o uso de dicionário, de calculadora eletrônica, bem como o uso de boné, de óculos com lentes escuras, de gorro, de turbante ou similares, de relógio, de celulares, de bips, de aparelhos de surdez, de MP3 *player* ou de aparelhos similares. É proibida ainda a consulta a qualquer material adicional.
- A comunicação ou o trânsito de qualquer material entre os candidatos é proibido. A comunicação, se necessária, somente poderá ser estabelecida por intermédio dos fiscais.
- O tempo mínimo de permanência na sala é de duas horas e meia, após o início da prova. Ou seja, você só poderá deixar a sala de provas após as 11h30min.
- No tempo destinado a esta prova (4 horas), está incluído o de preenchimento da Folha de Respostas.
- Preenchimento da Folha de Respostas: No caso de questão com apenas uma alternativa correta, lance na Folha de Respostas o número correspondente a essa alternativa correta. No caso de questão com mais de uma alternativa correta, a resposta a ser lançada corresponde à soma dessas alternativas corretas. Em qualquer caso o candidato deve preencher sempre dois alvéolos: um na coluna das dezenas e um na coluna das unidades, conforme o exemplo (do segundo caso) ao lado: questão 47, resposta 09 (soma, no exemplo, das alternativas corretas, 01 e 08).
- ATENÇÃO:** Não rabisque nem faça anotações sobre o código de barras da Folha de Respostas. Mantenha-o “limpo” para leitura óptica eficiente e segura.
- Se desejar ter acesso ao seu desempenho, transcreva as respostas deste caderno no “Rascunho para Anotação das Respostas” (nesta folha, abaixo) e destaque-o na linha pontilhada, para recebê-lo hoje, ao término da prova, no horário das 13h15min às 13h30min, mediante apresentação do documento de identificação. Após esse período o “Rascunho para Anotação das Respostas” não será devolvido.
- Ao término da prova, levante o braço e aguarde atendimento. Entregue ao fiscal este caderno, a Folha de Respostas e o Rascunho para Anotação das Respostas.
- A desobediência a qualquer uma das determinações dos fiscais poderá implicar a anulação da sua prova.
- São de responsabilidade única do candidato a leitura e a conferência de todas as informações contidas neste Caderno de Questões e na Folha de Respostas.



Corte na linha pontilhada.

### RASCUNHO PARA ANOTAÇÃO DAS RESPOSTAS – PROVA 3 – VERÃO 2016

Nº DE ORDEM:

NOME:

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	



UEM – Comissão Central do Vestibular Unificado

<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">Geometrias Plana, Espacial e Analítica</p>	<p>Área do triângulo:</p> $A = \frac{bh}{2}$ <p>Área do retângulo:</p> $A = bh$ <p>Área do círculo <math>A = \pi r^2</math></p> <p>Volume da pirâmide: <math>V = \frac{1}{3} A \cdot h</math></p> $\cos(a + b) = \cos(a)\cos(b) - \text{sen}(a)\text{sen}(b)$ $\text{sen}(a + b) = \text{sen}(a)\cos(b) + \cos(a)\text{sen}(b)$
<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">Funções</p>	<p>Função quadrática</p> $x_v = \frac{-b}{2a}$ $y_v = \frac{-\Delta}{4a}$
<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">Progressões</p>	<p>Progressão Aritmética (P. A.):</p> $a_n = a_1 + (n-1)r$ $S_n = (a_1 + a_n) \frac{n}{2}$ <p>Progressão Geométrica (P. G.):</p> $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ $S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$

**Questão 01**

Seja  $z$  um número complexo qualquer. Sabendo-se que o argumento de um número complexo é único, assinale o que for **correto**.

- 01) Se  $z = a + bi$  e  $\arg z = \theta$ , então  $\cos \theta = \frac{b}{a^2 + b^2}$ .
- 02) Sendo o argumento de  $z$  igual a  $\frac{\pi}{6}$ , então o argumento do conjugado de  $z$  é  $2\pi - \frac{\pi}{6}$ .
- 04) Se  $\arg(z\bar{z}) = 2\arg(z)$ , então  $z$  é um número imaginário puro.
- 08)  $\forall z \in \mathbb{C} - \{0\}$  e  $\forall n \in \mathbb{Z}^+$ , temos  $\arg(z) \leq \arg(z^n)$ .
- 16) Sendo o  $\arg(z) = \frac{3\pi}{4}$  e  $|z| = 2$ , então  $z^{128}$  é um número real puro.

**Questão 02**

Considere o polinômio  $p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$  de coeficientes reais. Assinale o que for **correto**:

- 01) O sistema linear de três variáveis formado pelas equações  $p(1) = 0$ ,  $p(2) = 0$  e  $p(3) = 0$  é possível e determinado.
- 02) Se  $p(1) = 1$ ,  $p(2) = 2$  e  $p(3) = 5$ , então  $p(0) = 2$ .
- 04) É possível encontrar valores para os coeficientes de maneira que o polinômio tenha uma raiz real e uma raiz que não seja real.
- 08) Se  $a_0 = 9$ ,  $a_1 = -6$  e  $a_2 = 1$ , então 3 é uma raiz de multiplicidade 2.
- 16) Se  $x_1$  e  $x_2$  são raízes não nulas do polinômio, então

$$x_1 + x_2 = -\frac{a_1}{a_0}.$$

**Questão 03**

Considere  $S: x^2 + y^2 - 2x - 4y = 4$  e assinale o que for **correto**.

- 01) No plano cartesiano, esta equação descreve uma hipérbole.
- 02) O conjunto  $S$  intercepta o eixo  $x$  em dois pontos, sendo um com abscissa negativa e outro com abscissa positiva.
- 04) A reta  $y = x$  é secante a  $S$ .
- 08) A reta  $x = -2$  é tangente a  $S$ .
- 16) O ponto  $(0,0)$  pertence a  $S$ .

**Questão 04**

Baseado em conhecimentos sobre cônicas, assinale o que for **correto**.

- 01) Elipse é o lugar geométrico dos pontos equidistantes de dois pontos distintos fixos chamados focos.
- 02) A equação  $4x^2 - 9y^2 - 25 = 0$  determina uma hipérbole de focos no eixo  $x$ .
- 04) Seja  $r$  uma reta e  $P$  um ponto fora dela, ambos no mesmo plano. O lugar geométrico dos pontos equidistantes a  $r$  e a  $P$  será uma parábola.
- 08) A elipse de focos  $(-1,0)$  e  $(1,0)$ , com seu eixo maior de extremidades em  $(-3,0)$  e  $(3,0)$ , tem equação  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{8} = 1$ .
- 16) O eixo maior da elipse  $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{36} = 1$  tem extremidades  $(7,0)$  e  $(-7,0)$ .

**Questão 05**

Considerando as propriedades de funções, assinale o que for **correto**.

- 01) O gráfico de uma função afim, cujos domínio e contradomínio são  $\mathbb{R}$ , é uma reta.
- 02) Sejam  $A$  um conjunto formado por 10 crianças e  $B$  um conjunto formado por 20 adultos, sendo os adultos as 10 mães e os 10 pais destas crianças. Então, a lei que associa cada criança a seu casal de pais é uma função de  $A$  em  $B$ .
- 04) Se  $f$  e  $g$  são funções reais, sendo  $f$  crescente e  $g$  decrescente, então  $f - g$  é uma função constante.
- 08) Quaisquer que sejam os conjuntos distintos  $A$  e  $B$ , e funções  $f: A \rightarrow B$  e  $g: A \rightarrow B$ , é possível definir a função  $g \circ f: A \rightarrow B$ .
- 16) Uma função  $f: A \rightarrow B$  é injetora se todo elemento de  $y \in B$  possui um correspondente  $x \in A$  de tal forma que  $f(x) = y$ .

**Questão 06**

Considere as matrizes

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 5 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \text{ e } B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

A partir delas, é **correto** afirmar que:

- 01) A matriz  $A$  é uma matriz invertível.
- 02) A primeira e a última linhas de  $A \cdot B$  são iguais.
- 04) É possível calcular o determinante da matriz  $B$ .
- 08) O determinante da inversa de  $A$  é  $-\frac{1}{10}$ .
- 16)  $A \cdot B = B \cdot A$ .

**Questão 07**

Sejam:  $Q_1$  um quadrado de lado  $l$  e  $C_1$  a circunferência inscrita em  $Q_1$ ;  $Q_2$  um quadrado inscrito em  $C_1$ , e  $C_2$  a circunferência inscrita em  $Q_2$ ;  $Q_3$  um quadrado inscrito em  $C_2$ , e  $C_3$  a circunferência inscrita em  $Q_3$ . Assinale o que for **correto**.

- 01) A área entre  $Q_1$  e  $Q_3$  é  $\frac{3}{2}$  da área de  $Q_2$ .
- 02) As medidas dos lados dos quadrados  $Q_1$ ,  $Q_2$  e  $Q_3$  são três termos consecutivos de alguma progressão geométrica decrescente.
- 04) As medidas dos raios das circunferências  $C_1$ ,  $C_2$  e  $C_3$  são três termos consecutivos da progressão geométrica de primeiro termo  $\frac{l}{2}$  e razão  $\sqrt{2}$ .
- 08) A área de  $C_2$  é o dobro da área de  $C_3$ .
- 16) A diagonal de um cubo que tem  $Q_3$  como face mede

$$l \cdot \operatorname{sen} \frac{\pi}{3}.$$

**Questão 08**

Seja  $m$  um número real. Em relação à função dada por  $f(x) = mx^2 + 4mx + (m+1)$ , é **correto** afirmar que

- 01) é uma função quadrática para todo  $m$  real.
- 02) para  $m \geq \frac{1}{3}$ ,  $f(x) = (x + 2 - \sqrt{3m-1})(x - 2 + \sqrt{3m-1})$ .
- 04) para todo  $m < 0$ , o gráfico é uma parábola com concavidade para baixo e com duas raízes reais.
- 08) a função é positiva para todo  $x$  real, sempre que  $0 < m < \frac{1}{3}$ .
- 16) para  $m = 2$ , a função é negativa para todo  $x$  real.

**Questão 09**

Considere os conjuntos

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid -\sqrt{3} \leq x < 5\},$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\},$$

$$C = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x \leq 8\} \text{ e}$$

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x < 9\}, \text{ e assinale o que for } \mathbf{correto}.$$

01)  $(A \cup D) - (A \cap D) = [-3, 0]$ .

02)  $(B \cap C) - D = ]0, 1]$ .

04)  $(C \cup D) \cap B = ]0, 9]$ .

08)  $(B \cap D) \subset C$ .

16)  $\mathbb{R} - B = ]-\infty, 0]$ .

**Questão 10**

Suponha que um vídeo game que custa R\$ 2.000,00 sofre uma depreciação de 20% a cada ano, enquanto uma casa que custa R\$ 200.000,00 sofre uma valorização de 10% ao ano. Considerando  $(1,1)^6 = 1,77$ , assinale as alternativas **corretas**.

- 01) Em 5 anos, o vídeo game terá valor nulo.  
 02) Se uma pessoa comprar este vídeo game hoje e vendê-lo em 2 anos, o prejuízo será de R\$ 600,00.  
 04) Daqui a 10 anos, a casa valerá mais que o dobro do que vale hoje.  
 08) Passados três anos, o vídeo game valerá R\$ 800,00.  
 16) Se uma pessoa comprar a casa e vendê-la após 6 anos, terá lucro de R\$ 154.000,00.

**Questão 11**

Considere as funções  $f : A \rightarrow \mathbb{R}$  e  $g : B \rightarrow \mathbb{R}$ , sendo  $A$  o maior subconjunto de  $\mathbb{R}$  onde  $f(x) = \frac{x-2}{\sqrt{x}}$  está definida, e  $B$  o maior subconjunto de  $\mathbb{R}$  onde  $g(x) = \cos(x)$  está definida. A partir desses dados, assinale o que for **correto**.

- 01) O único valor real onde  $f$  não está definida é 0.  
 02) O número real  $-1$  pertence à imagem de  $f$ .  
 04) É possível definir  $g \circ f$  em todo domínio de  $f$ .  
 08) A inversa  $f^{-1} : Im(f) \rightarrow Dom(f)$  é dada por  $f^{-1}(x) = \frac{2}{y^2 - 1}$ .  
 16) A composta  $f \circ g$  não está definida para pontos da forma  $2k\pi$  com  $k \in \mathbb{Z}$ .

**Questão 12**

Considere as matrizes

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \text{ e } C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

De acordo com conhecimentos sobre matrizes e determinantes, é **correto** afirmar que

- 01)  $\det(M \cdot N) = \det(N \cdot M)$ , onde  $M$  e  $N$  são matrizes quadradas de mesma ordem.  
 02)  $\det M^t = -\det M$ , onde  $M$  é matriz quadrada de ordem ímpar.  
 04)  $\det(C) = 4$ .  
 08) a matriz  $A \cdot B$  possui três linhas e três colunas.  
 16)  $\det(A \cdot B) = 96$ .

**Questão 13**

Considerando o módulo de números reais e as funções envolvendo módulo, assinale a(s) alternativa(s) **correta(s)**.

- 01)  $|x| \neq -x, \forall x \in \mathbb{R}$ .
- 02) Se  $f$  e  $g$  estão definidas no mesmo domínio e no mesmo contradomínio, então o gráfico de  $f(x) = |x+2| - 2$  é igual ao gráfico de  $g(x) = |x|$ , mas deslocado em duas unidades para a esquerda no eixo  $x$  e duas unidades para baixo no eixo  $y$ .
- 04) A função  $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ , definida por  $f(x) = |x|$ , é injetora e sobrejetora.
- 08) A solução da equação  $|\cos(x+4) - \sin(x-1) + \sqrt{x+2-1}| + 5 = 0$  é  $k\pi$ , para  $k \in \mathbb{Z}^+$ .
- 16) A equação  $|x+1| - |x-1| = 0$  não possui solução real.

**Questão 14**

Sobre números naturais e inteiros é **correto** afirmar.

- 01) Seja  $a = \text{MDC}(b, c)$ . Então o resto da divisão de  $b$  por  $a$  e o resto da divisão de  $c$  por  $a$  são iguais.
- 02) Se  $a = 3^3 \cdot 5 \cdot 7$  e  $b = 2^2 \cdot 5 \cdot 11$ , então o  $\text{MMC}(a, b) = 2310$ .
- 04) A soma dos  $n$  primeiros números ímpares naturais é  $n^2$ .
- 08) Todo número maior que 1, que não é composto, é primo.
- 16) Entre 0 e 100 existem apenas 4 números cujo resto da divisão por 2, e por 3, e por 5 é 1.

**Questão 15**

Uma pirâmide quadrangular regular  $P$ , de altura  $h$  e aresta da base medindo  $a$  foi seccionada transversalmente por um plano de modo que se obtêm um tronco de pirâmide  $T$  e uma pirâmide  $P'$ , cujo vértice coincide com o vértice da pirâmide  $P$ . Sabendo-se que o volume de  $P'$  é  $\frac{1}{7}$  do volume de  $T$ , é **correto** afirmar que

- 01) o volume de  $T$  é  $\frac{7}{8}a^2h$ .
- 02) a área da base de  $P'$  é  $\frac{a^2}{4}$ .
- 04) a altura de  $P'$  é  $\frac{h}{2}$ .
- 08) o apótema de  $P'$  mede  $\frac{1}{4}$  do apótema de  $P$ .
- 16) a área total de  $P'$  é  $\frac{a^3 + 4a^2 + 4ah^2}{16}$ .

**Questão 16**

Se  $\log 2 = a$  e  $\log 3 = b$ , então é **correto** afirmar que

01)  $\log 360 = 6(a + b) + 1$

02)  $\log_{0,04} 18 = \frac{a + 2b}{a - 1}$ .

04)  $\log_x 40 = 2$  tem solução  $x = \sqrt{10^{2a+1}}$ .

08)  $\log 8^x - \log 6^{2x} = x^2$  tem duas soluções, sendo uma delas  $x = a - 2b$ .

16)  $\log \sqrt{250} = \frac{3}{2} - a$ .

**Questão 17**

Assinale o que for correto.

01)  $\cos 140^\circ + \cos 100^\circ + \cos 20^\circ = 0$ .

02)  $f(x) = 2\text{sen}(2x)$  é uma função de período  $4\pi$ .

04)  $\text{sen}\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = 2\text{sen}x - \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

08)  $\text{sen}250^\circ < \cos 330^\circ < \text{tg}30^\circ$ .

16) A equação  $3\cos^2 x - 4\text{sen}x + 1 = 0$  não tem solução real.

**Questão 18**

A respeito do polinômio  $p(x) = x^4 - 5x^3 + 3x^2 + 15x - 18$ , é **correto** afirmar que:

01) O produto dos inversos de suas raízes é  $\frac{-1}{18}$ .

02)  $p(x)$  tem todas as raízes distintas, sendo duas delas números inteiros primos e as outras duas são números irracionais.

04)  $p(x)$  é divisível por  $\frac{\sqrt{3}x - 3}{\sqrt{3}}$ .

08) O quociente da divisão de  $6x^6 + 4x^4 + 2x^2 + 1$  por  $p(x)$  tem grau 2.

16) O resto da divisão de  $p(x)$  por  $3x^4 - 5$  é um polinômio de grau maior ou igual a 4.

Rascunho

**Questão 19**

Seja  $ABC$  um triângulo cujos lados  $\overline{AB}$  e  $\overline{BC}$  medem 2 cm e cujo ângulo interno  $B\hat{A}C$  mede  $\frac{\pi}{6}$ . Suponha que a altura relativa ao vértice  $C$  é o segmento  $\overline{CD}$ , sendo  $D$  um ponto sobre o prolongamento de  $\overline{AB}$ , de modo que  $B$  está entre  $A$  e  $D$ . Assinale o que for **correto**.

- 01) O ângulo externo do triângulo  $ABC$  no vértice  $B$  mede  $\frac{\pi}{6}$ .
- 02) O triângulo  $BCD$  é retângulo e seus catetos medem 1 e  $\sqrt{3}$ .
- 04) Os triângulos  $ACD$  e  $BCD$  são semelhantes, com razão de semelhança igual a 3.
- 08) A altura do triângulo  $ACD$  relativa ao vértice  $D$  mede 1,5 cm.
- 16) A área entre a circunferência, de centro  $C$  e raio 2 cm, e o triângulo  $ABC$  é menor que  $1 \text{ cm}^2$ .

**Questão 20**

Assinale a(s) alternativa(s) **correta(s)**.

- 01) Em uma competição, o pódio é composto pelos 5 primeiros colocados. Se há 100 competidores, o número de pódios possíveis é  $\frac{100!}{5!}$ .
- 02) O número 540 tem 20 divisores positivos.
- 04) Há 720 maneiras distintas de se escolher 3 livros dentre 10 livros diferentes disponíveis.
- 08) Com os algarismos 0, 2, 5, 6 e 7 podemos formar 60 números de três algarismos distintos.
- 16) Com os algarismos 1, 3, 4, 5, 7 e 8 podemos formar  $6!$  números ímpares de 6 algarismos distintos.

Rascunho